**8.1 统计量的抽样分布** 2019年9月6日10点08分——2020年6月1日10点26分

**例题8.1.1**临床试验 **例题2.1.4** 的扩展,引出新问题

**定义8.1.1 抽样分布** 假设从参数未知的分布中选取一个随机向量.设是和任意可能的函数.即.的分布被称为的抽样分布.我们使用符号表示从该分布中所计算的的均值.

名称“采样分布”来自以下事实:依赖于随机样本，因此其分布是从样本的分布中得出的.

通常,如果定义8.1.1中的随机变量T不依赖于θ,则将是定义7.1.4中定义的统计量.特别是,如果T是θ的估计量（如定义7.4.1所定义），则T也是统计量，因为它是X的函数。因此，原则上可以推导出每个估计量θ的采样分布.实际上，在本书的前面部分已经发现了许多估计量和统计量的分布.

**例题8.1.2** 正态分布均值的M.L.E的采样分布 **例题7.5.5**和**例题7.5.6**的引申

**例题8.1.3** 电器元件的寿命 **例题7.1.1** 的扩展

**例题8.1.4** 电器元件的寿命 **例题8.1.3** 的解

**例题8.1.5** 电器元件的寿命 **例题8.1.4** 的解

**例题8.1.6** 临床试验 **例题8.1.1** 的扩展,引出新问题

**8.2 卡方分布** 2019年9月9日10点05分——2020年6月8日10点17分

**例题8.2.1** 正态分方差的M.L.E 引出新问题

**定义8.2.1** **分布** 对于每一个正数,参数,的伽马分布被称为自由度为的分布.其p.d.f.为

当时, .

从定义8.2.1可以得出,从等式（8.2.1）可以看出,具有两个自由度的分布是具有参数1/2的指数分布,或者等效地,其均值为2的指数分布.因此,以下三个分布都是相同的:具有参数,的伽马分布,具有两个自由度的分布以及均值为2的指数分布.

**定理8.2.1 均值和方差** 如果随机变量是自由度为的分布,则并且.其距量母函数为

**定理8.2.2** 如果随机变量是独立的并且假设是自由度为的分布,则之和是自由度为的分布.

**定理8.2.3** 设是标准正态分布.则随机变量是自由度为1的分布.(**证明过程需要理解**)

**推论8.2.1** 如果随机变量是符合标准正态分布的i.i.d.,则平方和是自由度为的分布.

**例题8.2.2** 正态分方差的M.L.E **例题8.2.1**题进一步探索，该例题可能存在书写错误,应该为.

**例题8.2.3** 奶酪中的酸浓度 **推论8.2.1**的应用

**8.3 采样均值和采样方差的联合分布** 2019年9月9日10点42分——2020年6月15日09点53分

**例题8.3.1** 种子云降雨 引出问题

**定理8.3.1** 假设从均值为,方差为的正态分布中选取随机样本.则样本均值和样本方差是独立随机变量,是均值为,方差为的正态分布,是自由度为的分布. (**证明过程需要理解**)

**例题8.3.2** 种子云降雨 **例题8.3.1**的解,最后的结论值得**细思**.

**定理8.3.4** 假设随机变量是i.i.d并且每一个都是标准正态分布.假设是一个正交矩阵,且.则随机变量同样也是i.i.d.,且每一个也都是标准正态分布,且.

**8.4 t分布** 2019年9月10日10点29分——2020年6月22日10点36分

**例题8.4.1** 种子云降雨 **例题8.3.1**的扩展 引出新问题

**定义8.4.1** 考虑两个独立随机变量和,是自由度为的分布,是标准正态分布.假设随机变量被定义为下列公式

则的分布被称为自由度为的t分布.

**定理8.4.1 概率密度函数** 自由度为的t分布的p.d.f.是

**例题8.4.2** 种子云降雨 **例题8.4.1**的扩展

**定理8.4.2** 假设从均值为,方差为的正态分布中选取随机样本.设为样本均值，定义

则是自由度为的分布.

**例题8.4.3** 种子云降雨 **例题8.4.1**的解

**8.5 置信区间** 2019年9月10日11点34分——2020年6月29日09点56分

**例题8.5.1** 种子云降雨 **例题8.3.2**的扩展

**例题8.5.2** 种子云降雨 **例题8.3.2**的扩展,置信区间的实例说明.(**该例题之前的一段文字需要仔细阅读**)

**定义8.5.1 置信区间** 设是从某个参数(或参数向量)为的分布中选取的一个样本.设是的实值函数.设是两个统计量并且对于所有的值满足下列属性,

则随机区间被称为的系数置信区间或100百分比置信区间.

**定理8.5.1 正态分布均值的置信区间** 假设从均值为,方差为的正态分布中选取随机样本.对于每一个,区间恰好是的系数置信区间:

**例题8.5.3** 种子云降雨 **例题8.5.2**的扩展

**例题8.5.4** 奶酪中的酸浓度 **例题8.2.3**的扩展 **定理8.5.1**的应用

**例题8.5.5** 种子云降雨 引出新问题

**定义8.5.2 单边置信区间** 设是从参数(或参数向量)为的分布中选取的一个样本.设是的实值函数.设是一个统计量并且对于所有的值满足下列属性,

则随机区间被称为的单边系数置信区间或单边100百分比置信区间.同样,也被称为的系数下界置信区间或100百分比下界置信区间.类似的,如果B是一个统计量使得

则是的单边系数置信区间或单边100百分比置信区间,并且B是的系数上界置信区间或100百分比是界置信区间.如果不等式“”对于所有的满足公式(8.5.5)或公式(8.5.6),那么相应的置信区间和置信极限被称为恰好.

**定理8.5.2 正态分布均值的单边置信区间** 假设从均值为,方差为的正态分布中选取随机样本.对于每一个,下列统计量恰好分别是的上界和下界系数置信区间:

**该定理需要手动证明**,参考**例题8.5.2**前面的一段文字.

**例题8.5.6** 种子云降雨 **例题8.5.5**的解

**例题8.5.7** 电器元件的寿命 **例题8.1.3**的另一种解法,比较新颖和巧妙

**定义8.5.3 枢轴** 设是从参数(或参数向量)为的分布中选取的一个样本.设是一个随机变量并且其分布与一致.则被称为枢量(或简称为枢轴).

为了能够使用枢轴来构造的置信区间,需要能够“逆变换”枢轴.也就是说,需要一个函数使得

**定理8.5.3 来自枢轴的置信区间** 设是从参数(或参数向量)为的分布中选取的一个样本.假设枢轴存在.设是的c.d.f.,并假设是连续的.假设公式(8.5.7)中的函数存在，并且假设对于每一个在上是严格递增的.设使得.则下列统计量是恰好系数置信区间的端点：

如果对于每一个在上是严格递减的, 则需要交换和的定义.(**证明过程需要看懂**)

**后面的例题稍微有点难懂,有时间再补上**.

**8.6 正态分布样本的贝叶斯分析** 2020年7月6日09点55分

**例题8.6.1** 种子云降雨 **例题8.3.1**的扩展, 引出新问题

**定义8.6.1 正态分布的精度** 正态分布的精度被定义为方差的倒数,即.

现在我们将描述和的联合先验分布的共轭族.我们将通过指定给定的的条件分布和的边际分布来指定和的联合分布.特别地,我们将假定每个给定值的的条件分布是正态分布,其精度与的给定值成比例,并且的边际分布是伽马分布.此类型的所有联合分布的族是联合先验分布的共轭族.如果和的联合先验分布属于该族,那么对于随机样本中每个可能的观测值集,和的联合后验分布也将属于该族.该结果在定理8.6.1中确定.我们将在定理和本节的其余部分中使用以下符号:

**定理8.6.1** 假设从未知均值,未知精度的正态分布中选取随机样本.同样假设和的联合先验分布如下:在给定的条件下的条件分布是均值为,精度为的正态分布,并且的边际分布是参数为和的伽马分布.则在给定条件下，和的联合后验分布如下:在给定条件下的条件分布是均值为,精度为的正态分布,其中

且的边际分布是参数为和的伽马分布,其中

(**该定理过程比较重要,需要理解**)

**定义8.6.2 正态伽马分布族** 设和是随机变量.假设在给定条件下的条件分布是均值为, 精度为的正态分布.同样假设的边际分布是参数为和的伽马分布.则我们说和的联合分布是混合参数为的正态伽马分布.

**例题8.6.2** 奶酪中的酸浓度 **例题8.5.4** 的扩展,一种新解法.

**定理8.6.2 均值的边际分布** 假设和的先验分布是混合参数为的正态伽马分布. 则的边际分布与t分布有如下方式的关系:

即,上式具有自由度为2的t分布.(**该定理的证明过程需要理解**)

定理8.6.3 假设和是混合参数为的联合正态伽马分布.如果,则.如果,则

**后面的例题稍微有点难懂,有时间再补上**.

8.7 无偏估计量 2019年9月12日10点34分——2020年7月13日09点50分

**例题8.7.1** 电子元器件的使用寿命 **例题8.1.3**的扩展 引出新问题

定义8.7.1 无偏估计量 估算量是参数函数的无偏估计量当且对每一个都成立.其它估算器则被称为有偏估计量.估算量期望值与之间的差值被称为估算量的偏移.也就是说,作为估算量的偏移等于,并且是无偏的当且仅当偏移对所有的恒等于0.

**例题8.7.2** 电子元器件的使用寿命 **例题8.7.1**的解

推论8.7.1 设是有限方差估计量.则作为的估计量的M.S.E等于其方差加上偏差的平方.

定理8.7.1 一般分布的采样 设是从参数(或参数向量)为的分布中选取的一个样本. 假设分布的方差是有限的. 定义. 下列统计量是方差的无偏移估算器: